INSTITUCION EDUCATIVA JESUS DE NAZARETH
MUNICIPIO SANTA CRUZ DE LORICA
Aprobado según Resolución No 2125 de Julio 16 del 2014. De Carácter Oficial. Núcleo Nº 47.
DANE 223417000754
NIT: 812-006 648-5

TRABAJO ESCOLAR EN CASA   GUIA N° __________

<table>
<tr><td>Área: Matemáticas</td><td>Asignatura :Matemáticas</td><td>Grado: once</td><td>Periodo: primero</td></tr>
<tr><td colspan="2">Docente: FACUNDO BALLESTEROS</td><td>Teléfono celular: 3176973631</td><td>Correo electrónico: facundo.ballesteros@hotmail.com</td></tr>
<tr><td colspan="4">Tiempo:</td></tr>
<tr><td colspan="4">Ejes Temáticos: números reales, desigualdades y estadistica</td></tr>
<tr><td colspan="4">Competencia: formula, plantea y resuelve problemas que requieren el uso de los números reales, desigualdades, inecuaciones, funciones y su representación, elementos geométricos y de medidas, asi como las medidas de tendencia central y las medidas de dispercion, interpretando los resultados y aplicándolos a nuevas situaciones para poder tomar decisiones en el medio social</td></tr>
<tr><td colspan="4">Objetivo:</td></tr>
<tr><td colspan="4">DESCRIPCIÓN DEL PROCESO: el material que recibe el estudiante es la mitad del primer periodo, el cual será explicado y reforzado por el docente mediante el modelo de alternancia en el aula de clases</td></tr>
</table>

LOS NÚMEROS REALES

En los grados anteriores hemos estudiado los diferentes sistemas numéricos. En ellos identificamos las principales características de los elementos que los conforman, sus relaciones, oraciones y propiedades. Ahora vamos a resaltarlas brevemente.

Números naturales

Este sistema numérico lo notamos con N. En él cada elemento n tiene un sucesor, el cual se obtiene adicionándole 1. Por tanto, $n + 1$ es el sucesor de n.

Ejemplos:

El sucesor de 5 es 5 + 1 = 6; el sucesor de 1000 es 1000 + 1 = 1001.

Operaciones en N

En N encontramos dos operaciones bien definidas: adición y multiplicación. Esto significa que, si a y b son números naturales, entonces $a + b$ y $a \bullet b$ son números naturales. De esta forma, podemos decir que la adición y la multiplicación son operaciones cerradas en N.

Ecuaciones en N

En los números naturales coma las ecuaciones de la forma $a + x = b$ tienen solución cuando b es mayor o igual que a. Por ejemplo:

- Para 5 + x = 12, la solución es x = 7, pues 5 + 7 = 12.
- La ecuación 8 + x = 5 no tiene solución en N porque no existe un número natural que sumado con 8 dé 5.

Las ecuaciones de la forma $a\mathrm{x} = b$ sólo tienen solución en N cuando b es múltiplo de a o lo que es equivalente coma cuando ve es divisible por a (a es divisor de b).

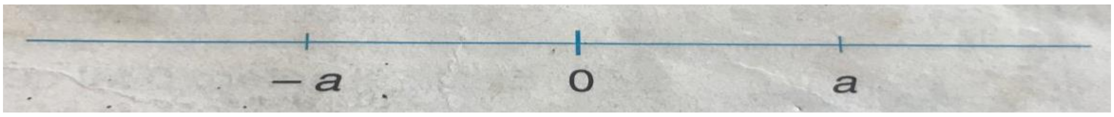
Por ejemplo:

- La ecuación 7x = 35 tiene solución en N porque 35 es múltiplo de 7, es decir, existe un número natural x = 5 tal que 7 • 5 = 35.
- La ecuación 9x = 118 no tiene solución en N porque 9 no es divisor de 118 (no existe un número natural que multiplicado por 9 dé 118).

Números enteros

Este sistema numérico lo notamos por medio de la letra Z y en él encontramos que cada elemento a tiene un opuesto -a de tal forma que *a* + (-*a*) = (-*a*) + *a* = 0. Por ejemplo: 3 y -3 son opuestos porque 3 + (-3) = (-3) + 3 = 0.

Geométricamente, esto significa que cada entero y su opuesto están a la misma distancia de 0.



Entre los enteros se diferencian tres tipos de elementos:

Los números enteros positivos: Z^+ = {1, 2, 3, 4, 5, … }

Los números enteros negativos: Z^- = {-1, -2, -3, -4, -5, … }

El elemento neutro: {0}

Al conjunto formado por los enteros positivos y el cero lo llamamos enteros no negativos. Como podemos ver, todo número natural también es un número entero (N **C** Z).

Operaciones en Z

Las operaciones de adición y multiplicación están bien definidas por si *a* y *b* son enteros, entonces *a* + *b* y *a* • *b* también lo son.

Para sumar y multiplicar enteros se deben tener en cuenta algunas reglas. Recordémoslas:

Para ***sumar*** dos enteros de igual signo sumamos los valores absolutos y el resultado es del mismo signo.

Para ***sumar*** dos enteros de diferentes signos, restamos los valores absolutos y el resultado queda con el signo del que tiene mayor valor absoluto.

Para ***multiplicar*** dos enteros de igual signo, se multiplican los valores absolutos y el resultado es positivo.

Para ***multiplicar*** dos enteros de diferente signo, se multiplican los valores absolutos y el resultado es negativo.

Ecuaciones en Z

En los números enteros, las ecuaciones de la forma $a + x = b$ siempre tienen solución y el valor está dado por $x = b + (-a)$.

Por ejemplo, la solución de $x + 100 = 15$ es $x = -85$.

Las ecuaciones de la forma $ax = b$ solo tienen solución en Z cuando a es un divisor entero de *b*, esto es, cuando existe un número entero que multiplicado por *a* dé *b*.

Por ejemplo, la ecuación $-3x = 29$ no tiene solución en Z porque no hay un entero cuyo producto con -3 sea 29.

Números racionales

El sistema de los números racionales se nota por medio de la letra Q y está definido así:

$$Q = \{a/b \mid a \in Z \text{ y } b \in Z,\ b \neq 0\}$$

De esta forma, todo entero n es un número racional porque puede ser expresado como:

$$n = \frac{\mathrm{n}}{1} = \frac{2\mathrm{n}}{2} = \frac{3\mathrm{n}}{3} = \cdots$$

Por lo tanto, Z **C** Q

Un número racional *a*/*b* puede ser expresado como un número decimal finito (exacto) o un decimal infinito periódico (un grupo de cifras decimales se repite sucesivamente).

Por ejemplo:

3/4 = 0,75 (decimal exacto)

7/3 = 2,333333... = 2,3 (periodo 3)

5/11 = 0,454545... = 0,45 (periodo 45)

7/15 = 0,466666... = 0,46 (periodo 6)

En muchas situaciones cotidianas en que se requiere el uso de números racionales, se opta por su equivalente número decimal ya que facilita muchos cálculos. En los casos en que obtenemos más de tres o cuatro cifras decimales se emplean aproximaciones de estos valores.

Operaciones y propiedades en Q

En Q, la adición y multiplicación son operaciones que están bien definidas. La sustracción podemos verla como una adición:

$$\frac{a}{\mathrm{b}} - \frac{c}{\mathrm{d}} = \frac{a}{\mathrm{b}} + \frac{(-c)}{(\mathrm{d})}$$

Recuerda que…

$$\frac{a}{\mathrm{b}} + \frac{c}{\mathrm{d}} = \frac{ad + bc}{\mathrm{db}}$$

$$\frac{a}{\mathrm{b}} \bullet \frac{c}{\mathrm{d}} = \frac{ac}{\mathrm{bd}}$$

Podemos definir la división de dos racionales $\frac{a}{\mathrm{b}}$ y $\frac{c}{\mathrm{d}}$ (b, c, d ≠ 0), así:

$$\frac{a}{\mathrm{b}} \div \frac{c}{\mathrm{d}} = \frac{a}{\mathrm{b}} \bullet \frac{d}{\mathrm{c}}$$

Es decir, definimos la división de dos racionales como el producto del dividendo por el recíproco del divisor.

Ecuaciones en Q

En los números racionales, las ecuaciones de la forma $\frac{a}{\mathrm{b}} + \mathrm{x} = \frac{c}{\mathrm{d}}$ tiene solución y esta es: $x = \frac{c}{\mathrm{d}} - \frac{a}{\mathrm{b}}\ (b, d\ \neq 0)$

Las ecuaciones de la forma $\frac{a}{\mathrm{b}}\,\mathrm{x} = \frac{c}{\mathrm{d}}$, tienen solución en Q siempre que a, b, d, $\neq 0$. Para este caso $x = \frac{c}{\mathrm{d}} \bullet \frac{b}{\mathrm{a}}$.

Las ecuaciones de la forma x^2 = a tienen solución cuando a es un número racional no negativo y corresponde al cuadrado de x. Por ejemplo, en $x^2 = 4$, existen dos soluciones: *x* = 2 y x = -2.

La ecuación $x^2 = 2$ no tiene solución en Q pues no existe una racional cuyo cuadrado sea 2.

En general, la ecuación $x^n = a$ tiene solución en Q cuando a es la *n* - potencia de *x*.

Densidad de Q

En Q siempre es posible encontrar un número racional entre otros dos racionales dados.

Ejemplo:

Encuentra un racional que esté entre 1/5 y 3/4.

Solución

Como 1/5 < 3/4 porque 1 • 4 • < 3 • 5, entonces vamos a encontrar un racional r tal que: 1/5 < r < 3/4.

Un número que cumple esta condición es el valor equivalente a la semisuma de los dos racionales, esto es:

$$r = \frac{(1/5 + 3/4)}{2}$$

r=19/40

Recuerda que …

$\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ si y solo si ad < cd

Comprobemos que este valor cumple la condición.

Por un lado, $\frac{1}{5} < \frac{19}{40}$ porque 1 • 40 < 5 •19.

De la misma forma, $\frac{19}{40} < \frac{3}{4}$ porque 19• 4 < 40•3.

Números irracionales

Este conjunto de números no representamos por medio de la letra I y corresponden a todos los números decimales infinitos no periódicos. De esta forma, un número racional no puede ser irracional a la vez y viceversa. Esto significa que Q ∩ I = ∅.

Algunos ejemplos de números irracionales son:

$\sqrt{2}$ = 1,414213562…

$\sqrt{3}$=1,73205080…

π=3,141592654…

e=2,7182818284…

En estos números no encontramos un grupo de cifras que se repitan sucesivamente.

En los números irracionales, las ecuaciones de la forma $x^2 = a\ (a \geq 0)$, que no tenían solución en Q, tienen solución y está dada por x = ± $\sqrt{a}$.

En general, las ecuaciones de la forma $x^n = a\ (a \geq 0)$ tienen solución en I cuando a no es la n-ésima potencia de un número racional.

Números reales

La unión de los números racionales con los irracionales forma el conjunto de los números reales, el cual se nota por medio de la letra R.

Tenemos que: Q ∪ I = R.

Geométricamente, podemos establecer una relación uno a uno entre el conjunto de los números reales y los puntos de la recta numérica. Esto significa que a cada real x se le puede asignar un punto de la recta y a cada punto de la recta se le puede asignar un real. Por esta razón, a la recta numérica la llamamos ahora **recta real**.

En los números reales podemos encontrar que existe un racional entre dos reales cualesquiera. De la misma forma, existe un irracional entre estos reales. Esta característica nos permite decir que Q e I son densos en R.

Operaciones en R

En este sistema numérico contamos con las operaciones cerradas de adición y multiplicación. La sustracción y la división podemos expresarlas en términos de adición y multiplicación respectivamente como lo vimos al analizar los racionales.

Para realizar cálculos con números reales es conveniente realizar aproximaciones a cierta cantidad de cifras decimales e incluso utilizar la notación científica.

Recuerda que…

Propiedades de la potenciación

$(ab)^n = a^n b^n$

$a^m a^n = a^{m+n}$

$a^m / a^n = a^{m-n}$; a ≠ 0

$(a/b)^n = a^n / b^n$; b ≠ 0

$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$

$a^0 = 1 \ (a \neq 0)$

$a^{-n} = 1/a^n$ (a ≠ 0)

$a^{m/n} = +\sqrt[n]{a^m}$

Ejemplo. Uso de notación científica

Una mol de cualquier sustancia tiene 6,023 x 10^{23} partículas. ¿Cuántas moles hay en 3,02 x 10^{27} partículas de la misma sustancia?

Solución

Para encontrar el número de moles dividimos:

$$\frac{3{,}02 \text{ x } 10^{27}}{6{,}023 \text{ x } 10^{23}} = 5{,}01 \text{ x } 10^{3} \text{ moles}$$

ACTIVIDAD

1. Con base en las propiedades de los números reales y sus operaciones, calcula:

a. $\frac{(3{,}4 \text{ x } 10^{-20})(2{,}1 \text{ x } 10^{15})}{(1{,}7 \text{ x } 10^{8})\ (0{,}3 \text{ x } 10^{-5})}$

b. $(3{,}8\text{x} - 2{,}1\text{y})^2 - (1{,}1\text{x} - 3{,}2\text{y})(3{,}8\text{x} - 2{,}1\text{y})$

c. $\frac{\left(\frac{5}{3} - 2^{-2}\right)(0{,}5 + 3/2^{-1})}{0{,}25}$

d. $\frac{5\text{x}+1}{\text{x}^2-2\text{x}} - 2\left(\frac{\text{x}}{\text{x}^2-4\text{x}+4}\right)\left(\frac{1}{\text{x}^2-4}\right)$

e. $-\frac{3}{5} + \frac{2}{3}$ [-2 + 5,1 x $10^{-2} - 1{,}25\text{x}\ 10^{-2}$]

2. Determina si cada proposición es verdadera o falsa. Justifica tu respuesta.

a. Entre dos números reales siempre es posible encontrar un número entero.

b. Entre dos números enteros siempre existe otro entero.

c. La ecuación $x^2 = 4$ tiene una única solución en N.

d. $x^4 = -16$ tiene una única solución en R y es x = -2.

e. $\frac{(a^{3m})^2\ (a^2b^2)^m}{(a^2b)^{-4}} = \text{a}^{9m+8}\text{b}^{2m+4}$

3. Completa la siguiente tabla:

Forma racional	Porcentaje	Porción
8/5		
	30%	
		0,4
7/3		
	65%	
		2,25

4. Aproxima a milésimas cada uno de los siguientes reales:

a. -35,6239

b. 418,281

c. -94,5935

d. 3,4265

e. (3,25) (-9,23)

f. $\frac{2{,}4839}{0{,}25}$

5. Una rueda da tres vueltas completas avanzando una distancia de 16m. Halla la medida del radio de la rueda en cm.

6. Halla el volumen de una esfera E_1 cuyo radio es equivalente a las 5/8 partes del radio de otra esfera E_2, cuyo volumen es 33510,4 cm^3.

7. La velocidad inicial de un móvil es de 35 km/h y su velocidad final se incrementa en un 40% en el transcurso de 2 minutos. Halla el valor de la aceleración en este tiempo